

Institutt for lærerutdanning

Eksamensoppgave i **LGU52015 MATEMATIKK 2 (5-10), EMNE 2**

Faglig kontakt under eksamen: Kari Hovstad^a, Marius Lie Winger^b

Tlf: ^a909 81 343, ^b404 83 797

Eksamensdato: 16. mai 2018

Eksamenstid (fra–til): 09:00 - 15:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C: Bestemt, enkel kalkulator tillatt. Ett A4-ark med egne notater.

Annen informasjon:

Alle oppgavene skal besvares og svarene begrunnes. Den endelige karakteren vil bygge på en helhetsvurdering av besvarelsen.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 7

Antall sider vedlegg: 1

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig **2-sidig**

sort/hvit **farger**

skal ha flervalgskjema

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgave 1

Jones, Langrall, Thornton, og Mogill (1997) presenterte et rammeverk for å kartlegge elevers tenking knyttet til sannsynlighet, spesielt innen temaene: "utfallsrom", "sannsynligheten for en hendelse", "sammenlikning av sannsynligheter", og "betingede sannsynligheter".

- a) I rammeverket beskrives fire nivåer som skiller elevers tenking knyttet til sannsynlighet. Gi en generell beskrivelse av disse nivåene.
- b) Gi en mer detaljert beskrivelse av disse fire nivåene for temaet "utfallsrom". For hvert nivå, illustrer med et konkret eksempel.

[Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32(2), 101-125.]

Oppgave 2

To sentrale begrep i kombinatorikk er *permutasjon* og *kombinasjon*.

- a) Gjør rede for disse begrepene og gi eksempel på begge.
- b) Forklar med egne ord hva *multiplikasjonsprinsippet* (i kombinatorikk) innebærer og gi et forklarende eksempel på det.

Formelen for antall mulige måter å gjøre et uordnet utvalg av størrelse k av n er gitt som:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

- c) Gi et argument (bevis) for formelens gyldighet.

Oppgave 3

Tre elever fikk i oppgave å fordele (identiske) drops seg i mellom. Kravet var at alle elevene skulle få minst ett drops hver.

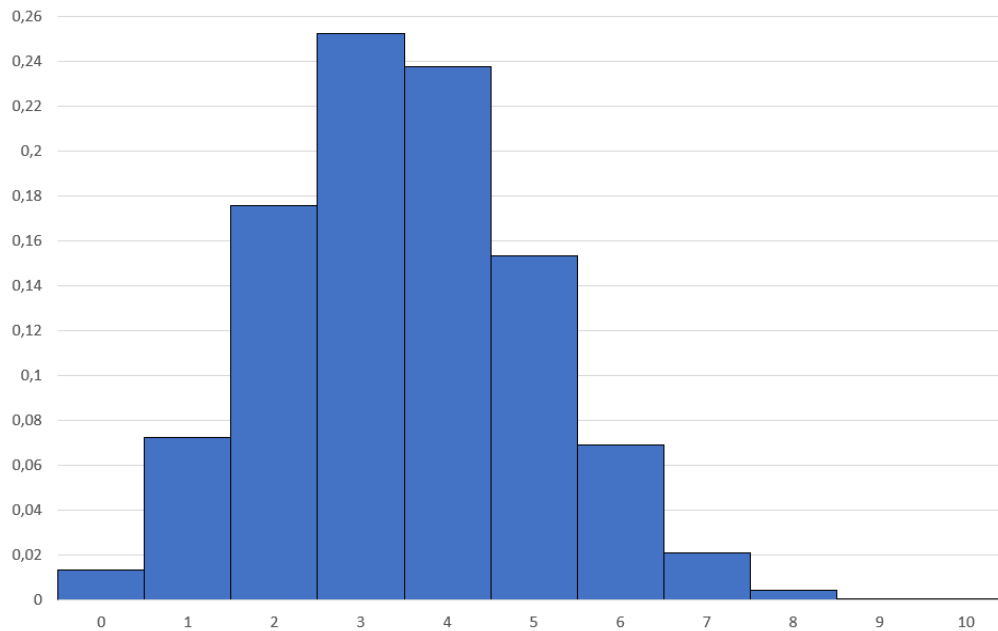
- a) Dersom elevene får utdelt seks drops til sammen, vis at det er 10 mulige måter for elevene å fordele dropsene seg i mellom.
- b) Vis at elevene kan fordele åtte drops på 21 forskjellige måter.

Oppgave 4

Et binomisk forsøk er et type eksperiment som består av n like delforsøk.

- a) Hvilke tre kriterier må disse delforsøkene tilfredsstille?
- b) Gi to eksempler på binomiske forsøk. Hva er p , sannsynligheten for suksess, i disse to eksemplene?

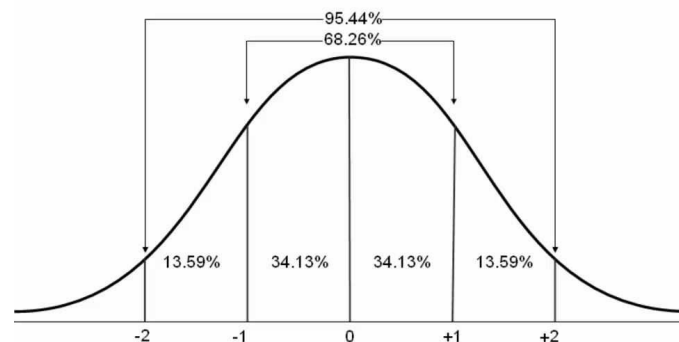
Si nå at $n = 10$, at sannsynligheten for suksess er $p = 0,35$ og at X er antall suksesser i løpet av de 10 delforsøkene. Følgende figur viser fordelingen til X :



- c) Gi et uttrykk for $P(X \leq 3)$ og gi en verdi for denne. Du kan bruke verdiene fra figuren fritt til å gi en tilnærmet verdi for $P(X \leq 3)$. Hva blir $P(X > 3)$?

I resten av oppgaven er $n = 256$ og $p = 0,5$. Vi ser på $P(120 < X < 144)$, altså sannsynligheten for at man får mellom 121 og 143 suksesser i løpet av de 264 delforsøkene. For å regne ut dette må man vanligvis legge sammen 22 ledd. Heldigvis kan man tilnærme den binomiske fordelingen X med en normalfordeling Y som har gjennomsnitt $\mu = 128$ og varians $\sigma^2 = 64$.

- d) Forklar hvor verdiene for μ og σ^2 kommer fra. Regn så ut $P(120 < Y < 144)$.
- e) Hvordan kan du bruke figuren under til å regne ut $P(120 < Y < 144)$?



Oppgave 5

Du har bestemt deg for å flytte sammen med en venn og er derfor på utkikk etter en treromsleilighet i Trondheims-området. Du lurer på hva som er en god leiepris for en slik leilighet og har derfor gått inn på finn.no og valgt 10 tilfeldige treromsleiligheter og skrevet ned leieprisen på disse:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8 900	14 500	12 600	9 000	12 000	10 500	12 500	10 800	11 000	8 500

- Bruk dette utvalget til å finne et forventningsrett punkttestimat $\hat{\mu}$ for populasjonsgjennomsnittet μ og et forventningsrett punkttestimat $\hat{\sigma}^2$ for populasjonsvariansen σ^2 .
- Forklar hva variansen σ^2 beskriver. Hvorfor bruker man standardavviket σ når man sammenligner med gjennomsnittet μ ?

Du husker tilbake til forelesningene om estimering at man helst bør ha litt mer enn 10 observasjoner for å kunne trekke en god konklusjon, så du samler inn flere leiepriser. Til slutt ender du opp med 36 leiepriser og med $\hat{\mu} = 12\,043$ og $\hat{\sigma}^2 = 3\,074\,241$.

- Forklar hvordan man kommer frem til at 95%-konfidensintervallet for μ basert på utvalget er $[11\,470, 12\,616]$, rundet av til nærmeste krone.
- Din venn ser på intervallet og påstår at dette betyr at 95% av leieprisene for en treromsleilighet vil ligge innenfor dette intervallet. Forklar hvorfor vennen din tar feil og hva intervallet virkelig betyr.

Oppgave 6

Datadetektivens syklus er en modell som kan brukes for å beskrive gjennomføringen av en statistisk undersøkelse.

- Beskriv kort de ulike trinnene i datadetektivens syklus.

En 6.-klasse har fått i oppgave å finne et problem de ønsker å svare på ved hjelp av statistikk. Under følger et utdrag av en samtale som utspiller seg mellom elevene Mali, Jonas, Kristine og Iver, som skal samarbeide.

b) Forklar hvordan de ulike trinnene i datadetektivens syklus kommer til syne i elevenes samtale og arbeid.

MALI: Vi kan undersøke været!

JONAS: Vi må vel være litt tydeligere enn det, på hva vi mener.

MALI: Ja, jeg tenkte på temperaturen da.

JONAS: Hvordan temperaturen endrer seg på en uke?

KRISTINE: Eller gjennomsnittstemperaturen i en uke?

IVER: Vi kan jo finne ut andre ting enn gjennomsnittstemperaturen, også.

MALI: Jeg har lyst til å undersøke endringen, så kanskje vi kan spå været i uka etter!

JONAS: Hvordan skal vi kunne spå det?

MALI: Jo, hvis temperaturen stiger eller synker i hele denne uka, vil det kanskje fortsette slik neste uke også?

IVER: Ok, da sier vi det. Hvordan skal vi finne ut hvordan temperaturen endrer seg da?

MALI: Jeg tenkte vi kunne måle den hele denne uka.

JONAS: Skal vi måle hele tiden? Hvordan skal vi få registrert det?

MALI: Nei, det blir kanskje vanskelig.

KRISTINE: Hva om vi måler en gang om dagen da?

JONAS: Men da må vi passe på at vi gjør det på samme tid og sted hver dag.

KRISTINE: Ja, hva om vi måler her på skolen, kl. 12.00 hver dag?

JONAS: Ja, det synes jeg høres lurt ut.

Dag	Temperatur i grader celsius
Mandag	8
Tirsdag	12
Onsdag	11
Torsdag	13
Fredag	12
Lørdag	12
Søndag	12

De neste syv dagene leser gruppa av et digitalt termometer kl 12.00, og noterer følgende tabell:

Mandagen etter fortsetter arbeidet med undersøkelsen.

MALI: Nå blir det spennende å se hvordan været blir denne uka!

JONAS: Det har holdt seg stabilt de siste dagene, ser jeg.

KRISTINE: Ja, 12 grader i tre dager!

MALI: Jeg tror temperaturen blir 12 grader i hele denne uka!

IVER: Men det var jo 12 grader på tirsdag, men så ble det 11 på onsdag og 13 på torsdag. Jeg tror nok ikke vi kan stole på at det blir 12 grader videre.

MALI: Så hva har vi egentlig funnet ut da, hvis vi ikke kan bruke målingene våre til å si noe om det som skjer senere?

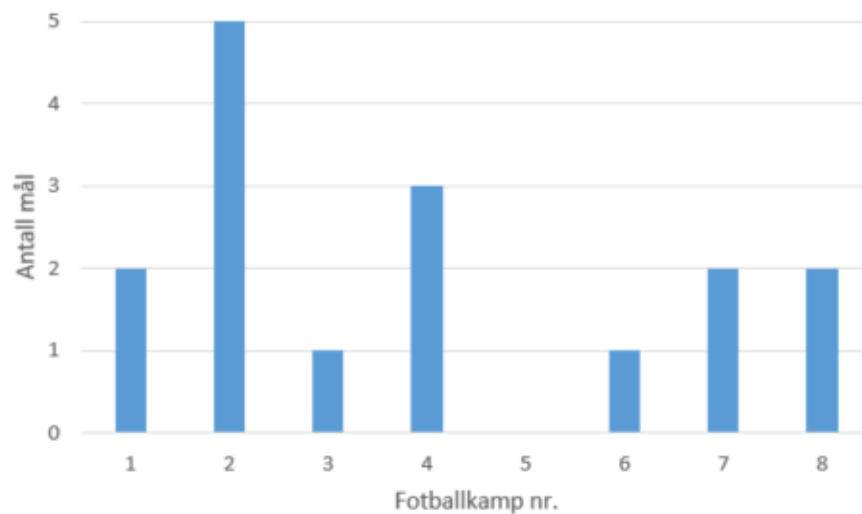
KRISTINE: Vi har jo sett på utviklinga i forrige uke, men kanskje vi må lage et annet spørsmål vi kan svare på med undersøkelsen vår.

MALI: Det var litt dumt, men jeg tror du har rett.

Oppgave 7

I læreverket *Stokastik* er det beskrevet fem ulike syn elever kan ha på begrepet gjennomsnitt.

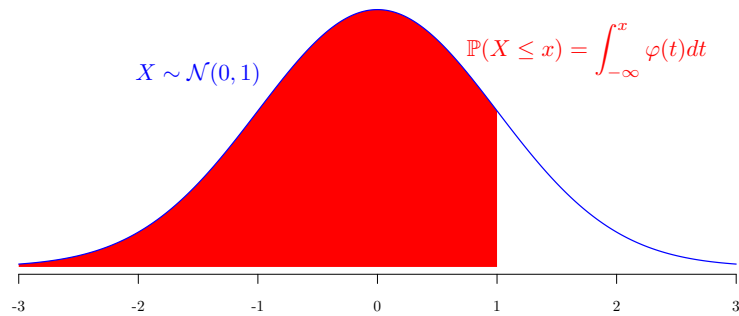
- Beskriv kort disse fem synene.
- Vis hvordan elever med disse ulike synene på gjennomsnitt kan tenkes å argumentere for hva gjennomsnittet av antall mål i fotballkampene er, ut ifra diagrammet under.



[Schou, J., Jess, K., Hansen, H. C. & Skott, J. (2013). *Matematikk for lærerstudierende. Stokastik. 1.-10. klasse*. Gylling: Samfundslitteratur]

Vedlegg 1

Standard normalfordeling



	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990