

Institutt for lærerutdanning

Eksamensoppgave i **LGU52015 MATEMATIKK 2 (5-10), EMNE 2**

Faglig kontakt under eksamen: Eivind Kaspersen^a, Marius Lie Winger^b

Tlf: ^a906 83 682, ^b404 83 797

Eksamensdato: 19. desember 2018

Eksamenstid (fra–til): 09:00 - 15:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C: Bestemt, enkel kalkulator tillatt. Ett A4-ark med egne notater.

Annen informasjon:

Alle oppgavene skal besvares og svarene begrunnes. Den endelige karakteren vil bygge på en helhetsvurdering av besvarelsen.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 3

Antall sider vedlegg: 1

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig **2-sidig**

sort/hvit **farger**

skal ha flervalgskjema

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgave 1

Jones, Langrall, Thornton, og Mogill (1997) presenterte et rammeverk for å kartlegge elevers tenking knyttet til sannsynlighet, spesielt innen emnene: “utfallsrom”, “sannsynligheten for en hendelse”, “sammenlikning av sannsynligheter”, og “betingede sannsynligheter”. I rammeverket beskrives fire nivåer som skiller elevers tenking knyttet til sannsynlighet.

- a) Beskriv én eller flere oppgaver du kan bruke til å kartlegge elevers tenkning om “betingede sannsynligheter”. Du kan velge oppgaver fra artikkelen til Jones, Langrall, Thornton, og Mogill (1997), eller du kan lage din(e) egen/egne oppgave(r).
- b) For hvert nivå (nivå 1, nivå 2, nivå 3, og nivå 4): Beskriv og begrunn hvordan typiske elever i disse nivåene kan svare på oppgaven(e).

[Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32(2) 101-125.]

Oppgave 2

Anta at en pose drops inneholder n drops, og at det er a røde og b grønne drops. Dersom posen inneholder flere drops enn $a + b$ er de øvrige dropsene av ulik farge, dvs ingen to av de øvrige dropsene har lik farge. La R være antallet mulige rekkefølger en kan trekke ut n drops.

- a) Vis at da er R gitt som:

$$R = \frac{n!}{a! \cdot b!}$$

- b) På hvor mange måter kan vi stokke bokstavene i ordet KULTURUKE?

Oppgave 3

- a) Vi ser for oss følgende forsøk:

“Vi kaster en mynt og lar X betegne hvor mange kast vi bruker for å få en kron. Når vi får første kron stopper forsøket.”

Er X binomisk fordelt? Begrunn svaret.

b) For en hypergeometrisk fordeling har vi at:

$$P(X = k) = \frac{\binom{S}{k} \cdot \binom{N-S}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Her er X en stokastisk variabel, men hva er det X teller? Forklar også hva de forskjellige verdiene i uttrykket over (altså: S , N og n) betyr.

Du har, mot all formodning, laget en flervalgsprøve bestående av 8 spørsmål hvor hvert spørsmål har 4 svaralternativer hvorav kun ett av alternativene er riktig. Det vil si at dersom en bare gjetter har man $p = 1/4$ sannsynlighet for å gjette rett svar på hvert spørsmål.

Si at X er antall riktige svar en person som bare gjetter tilfeldig får.

c) Hva vil man forvente at X er? Finn $P(X = 0)$, $P(X = 1)$ og $P(X < 4)$. Du får oppgitt følgende (ufullstendige) tabell:

k	2	3	4	5	6
$P(X = k)$	0,3115	0,2076	0,0865	0,0231	0,0038

d) En student har tatt prøven og fått 5 riktige. Du er ikke helt sikker på om studenten bare har gjettet. Du setter derfor opp følgende hypoteser:

H_0 : Studenten har bare gjettet, $p = 1/4$

H_1 : Studenten vet mer enn h*n gir uttrykk for i timene, $p > 1/4$

Gjennomfør hypotesetesten med et signifikansnivå på 0,05 (det vil si, finn kritisk verdi). Hva vil du konkludere er tilfellet for eleven som fikk 5 poeng?

Vink: $P(X \geq k) = 1 - P(X < k)$.

Oppgave 4

For en gitt prøve kan man tenke seg at det er mulig å få mellom 0 og 100% uttelling. Si at X er prøveresultatet til en tilfeldig person. Vedkommende som har laget prøven sier, på bakgrunn av forsøk hun har gjort, at prøveresultatene er normalfordelt med gjennomsnitt $\mu = 55$ og standardavvik $\sigma = 16$. Altså, X er $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2) = \mathcal{N}(55, 16^2)$.

- a) Gi en begrunnelse (*ikke* et bevis!) for hvorfor:

$$\frac{X - \mu}{\sigma}$$

er standardnormalfordelt.

- b) Hvor stor andel av personene som tar prøven vil få mellom 40 og 65%?
- c) Man ønsker ikke at mer enn 10 prosent skal få dårligste karakter. Ved hvilken prosent må grensen for laveste karakter settes for å oppfylle dette?

Personen som har laget prøven har gjort noen justeringer og utført nye forsøk på $n = 463$ studenter. Hun har ingen grunn til å tro at standardavviket har endret seg, det vil si at $\sigma = 16$ fortsatt. Gjennomsnittspoengsummen til de 463 studentene viser seg å være $\bar{X} = 51$. Sentralgrenseteoremet gir oss da at \bar{X} er $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2/n)$.

- d) Bruk den observerte verdien for \bar{X} til å finne et 99%-konfidensintervall for μ .

Oppgave 5

Tenk deg at du skal gjennomføre en statistisk undersøkelse sammen med klassen din. Dere har valgt å undersøke bruk av sosiale medier på trinnet.

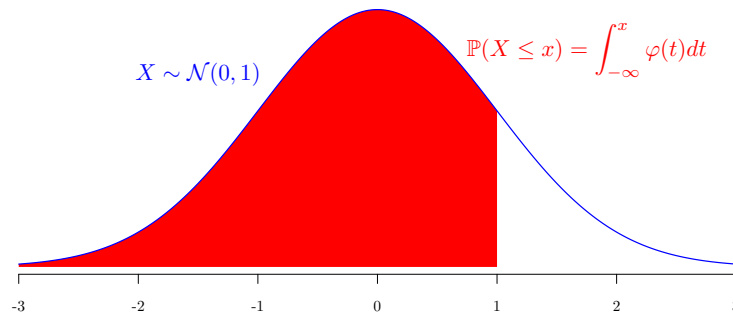
- a) Beskriv kort trinnene i datadetektivens syklus.
- b) Bruk datadetektivens syklus til å redegjøre for de ulike valgene du og elevene gjør i undersøkelsen, fra å definere et problem til å gjøre en konklusjon.
- c) Hvilke statistiske begreper lærer elevene av å gjennomføre denne undersøkelsen? Forklar hvordan arbeidet med undersøkelsen bidrar til denne læringen.

Et viktig spørsmål knyttet til statistikk er hvorvidt vi kan stole på resultatene undersøkelsene gir oss.

- d) Gjør rede for begrepene *validitet* og *reliabilitet* i tilknytning til statistiske undersøkelser. Hvordan kan du arbeide med troverdigheten til undersøkelsen sammen med klassen din?

Vedlegg 1

Standard normalfordeling



	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990