Sensurveiledning

MGLU 1503 & LGU51014, Matematikk 1 (5-10) emne 1

08.06.2018

Oppgave 1

En 8. klasse arbeider med følgende oppgave:

På et skoleball danser en tredel av guttene med to femdeler av jentene. Hvor mange elever kan det være på skoleballet totalt?

a) Hvor mange gutter og hvor mange jenter kan det være til sammen på skoleballet? Forklar hvordan du løste oppgaven. Begrunn også hvordan du kan benytte en modell for brøk for å løse oppgaven.

Til sammen på skoleballet kan det være et multiplum av 11 elever totalt der de 11 elevene består av 6 gutter og 5 jenter, n·(6 gutter + 5 jenter). En idé er å benytte «fellesteller», MFM(1,2)=2 og multiplum av denne. At 1/3 må utvides til 2/6 for å få samme teller som 2/5 kan illustreres ved å benytte en dobbel tallinje, en lengdemodell.

Walle omtaler fem aspekter ved brøk. Hvilke av disse aspektene kan denne oppgaven belyse og hvordan?

Her er det naturlig å komme inn på brøk som forhold/proporsjon. En tredel av en mengde skal være like mye som to femdeler av en annen. Det er altså færre jenter på ballet siden det er en større andel av jentene som danser. Forholdet mellom gutter og jenter på skoleballet er da $\frac{1}{3}:\frac{2}{5}=\frac{5}{6}$ hvilket forteller oss at for hver gruppe med fem jenter er det en gruppe med seks gutter.

Det er også snakk og brøk som del av en helhet, og i dette tilfellet to ukjente helheter i form av antall gutter og antall jenter. For elevene på 8. trinn er dette en åpen oppgave der dette aspektet kan bli berørt ved utforskning.

Oppgave 3

a) Lag en kontekst til regnestykket 142:4 og bruk konteksten til å finne svaret på divisjonsstykket. Alle steg i utregningen skal begrunnes ved bruk av konteksten

Vi kan for eksempel tenke oss at et veistykke på 142 meter skal asfalteres på 4 dager, og det skal asfalteres like mange meter hver dag. En halveringsstrategi er mulig, og du finner antall meter som asfalteres på 2 dager: 142=70+70+1+1 og halvparten av dette er 71. Halvparten av 71 asfalteres på en dag, og en halveringsstrategi her kan være å benytte at 71=35+35+0,5+0,5 der halvparten er 35,5 meter.

b) En elev som jobber med det samme divisjonsstykket sier at
«142:4=25+10+0,5=35,5»
Hva kan begrunnelsen bak dette resonnementet være?
Eleven kan ha delt opp tallet i hundrere, tiere og enere og dividert hver av disse med 4. Her viser eleven forståelse for gruppering og distributivitet.
142:4=(100+40+2):4=(100:4)+(40:4)+(2:4)=25+10+0,5=35,5

Oppgave 4

a) Bruk standardalgoritmen for multiplikasjon til å regne ut $345 \cdot 68$ og gi en begrunnelse for hvorfor den gir riktig svar.
$345\cdot68=(300+40+5)\cdot(60+8)=8\cdot5+8\cdot40+8\cdot300+60\cdot5+60\cdot40+60\cdot300=23460$. Dette kan vises ved hjelp av en arealmodell. Radene som fremkommer i standardalgoritmen viser at produktet består av denne summen.
Der enere multipliseres med et antall tiere skrives tradisjonelt ikke null på enerplassen i standardalgoritmen, $8\cdot40=320$ gir 2 på tierplass og 3 på hundreplassen. Tilsvarende for tiere multiplisert med tiere, $60\cdot40=2400$ der det skrives 4 på hundreplassen og 2 på tusenplassen, og settes ofte i «mente» til senere for å unngå så mange rader i utregningen.

b) Vi ønsker at elevene skal utvikle effektive regnestrategier i multiplikasjon uten at de blindt følger en algoritme. Gi et konkret eksempel på hvordan dette kan gjøres.
Med utgangspunkt i gruppering av elementer i rader og kolonner kan elevene se at for eksempel $5\cdot18$ er like mye som $18\cdot5$. Her kan multiplikasjon utføres ved gjentatt addisjon eller å «se» 9 tiere og ingen enere. Videre kan forståelse for den distributive egenskapen ved multiplikasjon understøttes ved å gruppere i tiere og enere, det vil si at $5\cdot18=5\cdot10+5\cdot8$. Dobling og halvering er en av flere mulige strategier som kan komme frem gjennom blant annet hoderegning, og som kan illustreres hensiktsmessig gjennom en arealmodell.

Oppgave 5

Vi skal sammenligne brøkene $\frac{3}{4}$ og $\frac{4}{5}$

a) Bruk to ulike strategier til å avgjøre hvilken brøk som er størst. Argumenter for at strategiene er korrekte
Begge brøkene er mindre enn 1, og en strategi kan være å se hvilken brøk som er nærmest 1. Siden $\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$, er $\frac{4}{5}$ nærmest 1. En annen strategi er å finne fellesnevner, utvide brøkene og se at $\frac{15}{20} < \frac{16}{20}$

b) Hva er hensikten med å sammenlikne brøk i skolematematikken?
Før elevene begynner med brøk har de arbeidet med å utvikle aspekter ved tallforståelse knyttet til hele tall. Nå skal elevenes tallforståelse utvides til å omfatte en forståelse av tall som er brøker og hvordan man kan operere på slike tall. Å sammenligne brøker bidrar til forståelse av den relative størrelsen av en brøk, og at strategier basert på erfaringer med hele tall må forlates. Det bidrar også til at elevene får en forståelse av det inverse forholdet mellom antall biter en enhet blir delt i og størrelsen på bitene.

Oppgave 6

Her er et divisjonsstykke i totallsystemet:

$$1110_2 : 10_2$$

a) Utfør divisjonen i totallsystemet og begrunn alle steg.

1	1	1	0	:	1	0	=	1	1	1	
1	0										
	1	1									
	1	0									
		1	0								
		1	0								

To relevante strategier er standardalgoritmen og å benytte distributivitet. I figuren over er de to første operasjonene like. «Det er en 10 i 11», «en toer i tre» eller $11=10\cdot\mathbf{1}+1\cdot1$. Dersom minst en åtter (1000+ eventuelt 100) skal divideres på to må resultatet av divisjonen komme på fireplassen. Tilsvarende må resultatet av divisjon av minst en firer og en toer komme på toerplassen. Vi kan også se at 1110:10=(1000:10)+(100:10)+(10:10)=100+10+1=111

b) I titallsystemet opererer vi med tideler, hundredeler. Vi benytter komma som desimalskilletegn. Hvordan blir dette i totallsystemet?

I titallsystemet er grunntallet 10 og i totallsystemet er det 2. I totallsystemet opereres det derfor med potenser av to og vi får «halvdeler», «firedeler», «åttedeler» og så videre. Desimalskilletegnet kommer på samme sted, mellom enere og to- eller tidelene. Vi får følgende sammenlignet med titallsystemet:

$\ldots$	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	$\ldots$
$\ldots$	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	$\ldots$

Plassverdiene er henholdsvis potenser av 10 og 2.

c) Hvordan er et additive tallsystem bygd opp?

I et additivt tallsystem har symbolene samme verdi uavhengig av hvor de står i forhold til hverandre. Sifrenes/symbolenes verdier må derfor adderes for å bestemme en tallstørrelse. Det er ikke noe symbol for null. Et eksempel er tidligere egyptisk tallnotasjon som hadde et symbol for hver potens av ti.

Oppgave 7

Du skal arbeide med subtraksjon av brøk i en 7.klasse. Du vil bruke regnestykket

$$\frac{2}{9} - \frac{1}{7}$$

Lag en kontekstoppgave som klassen kan ta utgangspunkt i når de skal løse regnestykket.

a) Løs regnestykket ved hjelp av konteksten du laget i a). Alle steg i utregningen må forklares ut i fra konteksten.

Onkel Skrue finner ut at han ikke trenger en full pengebinge. Han gir så mye til «Lærere uten grenser» at han sitter igjen med to nideler av bingen. Uken etter gir han ytterligere bort en syvdel av bingen til «Redd barna». Hvor mye av pengebingen sitter onkel Skrue tilbake med?

Man kan ta utgangspunkt i en arealmodell med pengene jevnt fordelt i et rektangel. For at det skal være mulig å ta bort nøyaktig to nideler av beholdningen kan bredden av rektangelet deles i ni like deler. Siden det også skal være mulig å ta bort en sjudel kan høyden deles i syvdeler. Vi har da et rektangel på 63 og ser at en sjudel av dette er 9. Tar man bort sju nideler ser vi at et område på 7·7 av 7·9 forsvinner, og vi sitter igjen med 2·7, 14 av 63. Til slutt tar vi bort en sjudel av hele bingen som er 9 og 14-9=5. Da er det er bare 5/63-deler igjen av hele pengebingen.

b) Vis og forklar hvordan standardalgoritmen for brøksubtraksjon fungerer ved å bruke konteksten.

Ved å ta utgangspunkt i rektangelet i a) kan man direkte se at to nideler er det samme som 14/63 av beholdningen. Tilsvarende et 1/7 er det samme som 9/63 av beholdningen. MFM(7,9)=63. Brøkene kan dermed utvides, og vi kan benytte standardalgoritmen $\frac{2}{9} - \frac{1}{7} = \frac{14-9}{63} = \frac{5}{63}$