SENSURVEILEDNING

Institutt for lærerutdanning

Eksamensoppgave i MGLU1503 - Matematikk 1 (5-10) emne 1

Eksamensdato: Lørdag 6. juni 2020

Eksamenstid (fra-til): 09.00 - 15.00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: A / Alle hjelpemidler tillatt

Faglig kontakt under eksamen: Øyvind Haugan Lien
Tlf.: 73 55 97 08

Teknisk hjelp under eksamen: NTNU Orakel
Tlf: 73 59 16 00

ANNEN INFORMASJON:

Gjør dine egne antagelser og presiser i besvarelsen hvilke forutsetninger du har lagt til grunn i tolkning/avgrensing av oppgaven, og husk at alle svar skal forklares/begrunnes. Faglig kontaktperson skal kun kontaktes dersom det er direkte feil eller mangler i oppgavesettet, og er tilgjengelig på telefon hele eksamenstiden og i Blackboard Collaborate i emnerommet til MGLU1503 mellom klokka 10.30 og 11.00 på eksamensdagen.

Lagring: Besvarelsen din i Inspera Assessment lagres automatisk. Jobber du i andre programmer – husk å lagre underveis.

Juks/plagiat: Eksamen skal være et individuelt, selvstendig arbeid. Det er tillatt å bruke hjelpemidler. Alle besvarelser blir kontrollert for plagiat. *Du kan lese mer om juks og plagiering på eksamen her.*

Kildehenvisninger: Dersom en bruker teori i besvarelsen er det hensiktsmessig å vise hvor informasjonen er hentet, men det er ikke krav om at en fører opp kilder i APA-stil.

Varslinger: Hvis det oppstår behov for å gi beskjeder til kandidatene underveis i eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), vil dette bli gjort via varslinger i Inspera. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen i Inspera. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst i høyre hjørne på skjermen. Det vil i tillegg bli sendt SMS til alle kandidater for å sikre at ingen går glipp av viktig informasjon. Ha mobiltelefonen din tilgjengelig.

Vekting av oppgavene: Prosentverdiene som er oppgitt er veiledende for vekting av oppgavene ved vurdering. Karakteren bestemmes ut fra en helhetlig vurdering av besvarelsen.

Filopplasting: Alle filer må være lastet opp i besvarelsen før eksamenstida går ut.
Slik digitaliserer du håndtegningene dine.
Slik lagrer du dokumentet ditt som PDF.
Fjern forfatterinformasjon fra filen(e) du skal levere.

OM LEVERING:

Besvarelsen din leveres automatisk når eksamenstida er ute og prøven stenger, forutsatt at minst én oppgave er besvart. Dette skjer selv om du ikke har klikket «Lever og gå tilbake til Dashboard» på siste side i oppgavesettet. Du kan gjenåpne og redigere besvarelsen din så lenge prøven er åpen. Dersom ingen oppgaver er besvart ved prøveslutt, blir ikke besvarelsen din levert.

Trekk fra eksamen: Ønsker du å levere blankt/trekke deg, gå til hamburgermenyen i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen.

Tilgang til besvarelse: Du finner besvarelsen din i Arkiv etter at sluttida for eksamen er passert.

Karakterbeskrivelse:

Symbol	Betegnelse	Generell, ikke fagspesifikk beskrivelse av vurderingskriterier
A	Fremragende	Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Kandidaten viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet.
B	Meget god	Meget god prestasjon. Kandidaten viser meget god vurderingsevne og selvstendighet.
C	God	Jevnt god prestasjon som er tilfredsstillende på de fleste områder. Kandidaten viser god vurderingsevne og selvstendighet på de viktigste områdene.
D	Nokså god	En akseptabel prestasjon med noen vesentlige mangler. Kandidaten viser en viss grad av vurderingsevne og selvstendighet.
E	Tilstrekkelig	Prestasjonen tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Kandidaten viser liten vurderingsevne og selvstendighet.
F	Ikke bestått	Prestasjon som ikke tilfredsstiller de faglige minimumskravene. Kandidaten viser både manglende vurderingsevne og selvstendighet.

Siden oppgavene ofte er av en slik karakter at det finnes flere mulige løsninger, inneholder sensorveiledningen eksempler på hvordan oppgavene kan løses. Det må understrekes at andre løsninger vil kunne gi full uttelling.

Oppgave 1 (6% + 12% + 6%)

a) Løs $34 \cdot 12$ på tre forskjellige måter. Forklar hvilke matematiske egenskaper som benyttes. Tegn en modell som illustrerer at strategien er gyldig for alle de tre strategiene du bruker.

En god besvarelse løser oppgaven på tre varierte måter, for eksempel ved å benytte assosiativitet, distributivitet med addisjon, distributivitet med subtraksjon. Tallene kan for eksempel deles opp på følgende måte:

$$34 = 2 \cdot 17 = 30 + 4 = 40 - 6 = 35 - 1 = 32 + 2 = \cdots$$

$$12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 = 10 + 2 = 15 - 3 = 5 + 5 + 2 = \cdots$$

Modellene som tegnes må passe sammen med strategiene som er brukt.

b) Lag et representasjonsbevis som viser at en av strategiene du brukte i a) gjelder generelt for en tallmengde.

Det må komme klart fram hvilken strategi som skal bevises, hvilken representasjon som brukes og hvilken tallmengde strategien blir bevist for. Dette lar seg muligens enklest gjennomføre ved å bruke en regnefortelling som representasjon, gjerne i kombinasjon med en hensiktsmessig modell.

En god besvarelse oppfyller Enge og Valentas (2011) krav til representasjonsbevis:

1) Betydningen av den involverte operasjonen er representert tydelig i representasjonen.

2) Representasjonen kan bli generalisert til å gjelde for en hel klasse eksempler.

3) Strategien det argumenteres for skal komme tydelig fram i fram i strategien, og at strategien virker følger av representasjonen.

c) Forklar hvorfor representasjonsbeviset ditt i b) oppfyller kravene til et representasjonsbevis (se Enge og Valenta (2011)).

En mulig god forklaring kan ta for seg de tre kravene i artikkelen og vise til eksempler der kravene oppfylles. Det må også skrives noen ord om hvorfor eksemplene oppfyller kravene.

Oppgave 2 (18%)

Lag ei regnefortelling som forklarer ei mulig utregning av $\frac{3}{4}:\frac{2}{7}$. Regnefortellinga di skal ta i bruk en hensiktsmessig (brøk)modell. Du skal også forklare om du bruker målingsdivisjon eller delingsdivisjon i regnefortellinga.

En god besvarelse forklarer hvordan tallene og operasjonen passer inn i konteksten, og forklarer i konteksten en mulig strategi for å finne svaret. Kontekster med lengde/volum/areal (f.eks. tau-/plankebiter, saft/væske, kake/pizza) vil trolig være mest hensiktsmessig. Modellen som lages må passe til strategien og konteksten. Svaret på regnestykket er $\frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$, og det må også forklares i konteksten ($\frac{21}{8}$ av hva? Altså: Hva betyr svaret (i konteksten)). En kort forklaring av målings- og delingsdivisjon bør gis, og en må forklare hvorfor konteksten passer inn i den korrekte typen divisjon.

Oppgave 3 (6% + 10%)

a) Regn ut $321_{fire} + 123_{fire}$. Forklar hvordan du har gått fram.

Dette kan regnes ut på flere måter, for eksempel ved å regne utelukkende i firetallssystemet (flere mulige strategier), eller ved å gjøre om til et annet hensiktsmessig tallsystem, regne ut, og gjøre om svaret til firetallssystemet igjen. Svaret er $1110_4 = 84_{10}$. En besvarelse uten forklaring av svaret/tydelig vist framgangsmåte får ingen uttelling.

b) Grei ut om forskjellene mellom additive tallsystem og posisjonssystem. Skriv maksimalt 400 ord.

En god besvarelse bør nevne behov for 0, tegnenes betydning og antall symboler en har bruk for, og forklare hvordan alle disse tre punktene kan knyttes til begge tallsystemtypene.

Oppgave 4 (6% + 5% + 5% + 6%)

a) Grei ut om de to tolkningene av minustegnet. Skriv maksimalt 250 ord.

En god besvarelse kan for eksempel være at en presenterer at minustegnet kan være en operator (og knytter dette til subtraksjon) og en objektegenskap (og knytter dette til tallmengder (positive/negative tall)), forklarer forskjellen på tolkningene, og gir eksempler på minustegnbruk som passer til de to tolkningene.

b) Forklar hva som kjennetegner tall som ikke kan skrives som brøk.

Dersom et tall på desimaltallsform har desimaler som gjentas periodisk vil en kunne skrive om tallet til en brøk. Tall som ikke kan skrives som brøk kan dermed ikke ha desimaler som gjentar seg periodisk. En god besvarelse forklarer dette, og gir noen eksempler på slike tall.

c) Skriv tallet $0,3\overline{524}$ som en brøk.

$$p = 0{,}3\overline{524} = 0{,}3524524524\ldots$$

$$10p = 3,\overline{524}$$

$$10000p = 3524,\overline{524}$$

$$9990p = 3521$$

$$p = \frac{3521}{9990}$$

I en god besvarelse må framgangsmåten være presentert. Dersom det kun står et svar vil besvarelsen av oppgaven ikke gi uttelling.

d) Vis hvordan en kan finne at $sfd(137,89) = 1$, og forklar hva en sikkert kan vite om 137 og 89 ut fra at en vet hva den største felles divisoren til disse tallene er.

Dette kan for eksempel vises ved å bruke euklids algoritme. Dersom to tall har $sfd = 1$ betyr det at disse to tallene ikke har noen felles primtallsfaktorer. En er ikke garantert at disse tallene er primtall. Begge tallene er tilfeldigvis primtall i dette tilfellet.

Oppgave 5 (10% + 10%)

a) Tre modeller en kan bruke i forbindelse med brøkaddisjon er arealmodell, mengdemodell og tallinje. Knytt to av disse modellene til kontekster, skisser hvordan disse to modellene kan brukes for å regne ut $\frac{2}{5}+\frac{2}{3}$, og drøft fordeler og ulemper med bruk av hver av de to modellene.

En god besvarelse knytter to av modelltypene til hensiktsmessige kontekster og forklarer og begrunner mulige utregninger av regnestykket ved å bruke konteksten. Det er ikke nødvendig å begrunne at strategien gjelder generelt. Under er det nevnt noen av fordelene og utfordringene ved bruk av de ulike modellene (Van de Walle m. fl., 2015, s. 399-), og en god besvarelse på eksamensoppgaven tar opp flere av disse og knytter de til $\frac{2}{5}+\frac{2}{3}$.

Arealmodell: Modellen kan brukes for å finne en felles nevner (ikke nødvendigvis den minste fellesnevneren) som kan brukes for å finne og uttrykke svaret. Rektangler er da kanskje den mest hensiktsmessige geometriske figuren å bruke. Sirkler, som ofte er populære å bruke, har ikke denne fordelen, men en fordel med sirkler er at en slik modell kan brukes som et estimat, som igjen kan brukes som støtte for å argumentere for et svar. Ved bruk av rektangler som areal kan en ende opp med at det bare telles ruter, og at det i mindre grad blir argumentert for svaret. Hva som er helheten er ofte «enkelt» å se i en arealmodell, f. eks. en hel sirkel eller et helt rektangel (helheten må likevel defineres av brukeren av modellen).

Mengdemodell: Hva som er helheten er ikke bestandig så enkelt å se ved bruk av mengdemodeller i og med at det må defineres av den som skal bruke modellen. Det hele må dessuten være likt selv om de involverte brøkene har forskjellig nevner, noe som kan by på utfordringer, og ved addisjon og subtraksjon skal helheten være den samme hele tiden.
Når en først har fått tegnet opp en mengdemodell kan svaret ofte finnes ved å telle i modellen, noe som både kan være fint (siden det er lett å få korrekt svar) og utfordrende (siden det kan gjøre at elevene ikke i så stor grad utforsker mulige strategier).

Lengdemodell: Hva som er helheten er heller ikke bestandig så enkelt å se ved bruk av lengdemodeller i og med at det må defineres av den som skal bruke modellen. Modellen passer fint til kontekster med volum og lengder, og enheten er da gjerne L, dL, m, cm, km eller liknende, så dersom modellen knyttes til kontekst (noe som er anbefalt i litteraturen) vil det være enklere å skjønne hva som er enheten/helheten. Lengdemodeller i form av tallinjer kan knyttes til linjaler, som er noe mange elever tidlig får et forhold til.

b) Tradisjonelt sett ble brøkaspektet «del av hel» mye vektlagt i brøkundervisning, mens forskning anbefaler at en bruker varierte brøkaspekter i undervisning. Drøft ulemper ved å kun bruke aspektet «del av hel» i undervisning, og foreslå andre brøkaspekt som kan fungere bedre for å forstå det som kan være vanskelig å forstå i «del av hel». Begrunn forslagene dine. Skriv maksimalt 400 ord.

Noen av utfordringene med dette som nevnes i litteraturen er:

- Uheldig fokus på telling for å finne svar/brøk. Er uheldig fordi en kan glemme at bitene som telles må være like store (i areal- og lengdemodeller, som er modellene som kanskje brukes mest i forbindelse med aspektet «del av hel»).
- Dette aspektet er utfordrende, om ikke umulig, å bruke for å gi mening til brøker som er større enn 1. Da kan både brøk som kvotient, brøk som forhold/proporsjon, brøk som operator og brøk som måleenhet/tallstørrelse være bedre egnet.
- Brøker kan bety mye annet enn «del av hel», for eksempel et resultat av en delingssituasjon (kvotient), et forhold mellom to størrelser eller en av de andre aspektene. Dersom elever kun ser del av hel-brøker vil en ikke få innsikt i de andre mulige betydningene av brøk.

En god besvarelse beskriver noen utfordringer, for eksempel de som er nevnt over, og begrunner hvorfor de kan være utfordrende. Det forklares og begrunnes også hvorfor det/de valgte alternative aspektet/aspektene kan egne seg bedre, gjerne også ved å ha med konkrete eksempler på oppgaver/kontekster som passer til disse aspektene.