NTNU
Kunnskap for ei betre verd

Institutt for lærarutdanning

Eksamensoppgåve i MGLU2503 Matematikk 2 (5-10) emne 2

Fagleg kontakt under eksamen: Solomon A. Tesfamicael [a], Øyvind H. Lien [b]
Tlf.: 464 48 786 [a], 995 91 836 [b]

Eksamensdato: 26. november 2019

Eksamenstid (frå-til): 09.00-15.00

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: C: Bestemt, enkel kalkulator**.**

Annan informasjon: Ein skal svare på alle oppgåvene, og ein skal òg grunngi svara. Karakteren blir sett etter vurdering med prosentvurderingsmetoden og ei heilskapsvurdering av svaret på eksamensoppgåva.

Målform/språk: Nynorsk

Sidetal (utan framside): 3

Sidetal vedlegg: 4

Informasjon om trykking av eksamensoppgåva
Originalen er:
1-sidig □ **2-sidig** □
svart/kvit □ **fargar** □
Skjema for fleirval? □

Kontrollert av:

Dato Sign

Merk! Studentane finn sensur i Studentweb. Har du spørsmål om sensuren må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikkje kunne svare på slike spørsmål.

Oppgåve 1 (20%)

Du får gitt gjennomsnittet og variasjonsbreidda til eit sett med datapunkt. Gjennomsnittet er 5 og variasjonsbreidda er 8.

a) Kva kan du seie om datasettet på bakgrunn av desse tala?
b) Kva kan du i tillegg seie om datasettet dersom du i tillegg får gitt medianen?
c) Kva kan du framleis ikkje vite om datasettet dersom du i tillegg får gitt medianen?
d) Gi konkrete eksempel på minst tre ulike datasett (med dataverdiar) som illustrerer eigenskapar ved ulike sentral- og variasjonsmål. Forklar vala dine.

Oppgåve 2 (13%)

Gjer greie for dei ulike trinna i datadetektivens syklus. Vel ut fire sentrale omgrep frå statistikken og beskriv korleis elevane kan tileigne seg kunnskap om desse gjennom å arbeide med datadetektivens syklus. Skriv maksimalt éi side.

Oppgåve 3 (16%)

I ei fruktkorg ligg det 3 eple, 4 appelsinar, 2 kiwiar og 1 pære.

a) Du ønsker å trekke deg ei frukt. Skriv opp utfallsrommet.
b) Lag ein modell som viser kva som kan skje dersom du skal trekke to frukter.
c) Rikke ønsker å trekke seg frukt. Hending A er at Rikke trekker ei sitrusfrukt (appelsin eller kiwi) og hending B er at Rikke trekker det ho reknar som ei god frukt til bruk i smoothie (eple, kiwi og pære).

   Forklar kva det følgande betyr i konteksten som er gitt:

   i. $P(B|A)$
   ii. $P(A|B)$
   iii. $P(A \cup B)$
   iv. $P(A \cap B)$
d) Finn dei fire sannsyna i. – iv. og forklar kva talverdiane betyr. Ville du brukt nøyaktig denne oppgåva i undervisning? Korfor/korfor ikkje?

Oppgåve 4 (15%)

Vi ser framleis på same fruktkorg som i oppgåve 3.

a) Magne skal trekke seg fire frukter til fruktsalat. Han deler opp og legg fruktene han trekker i fruktsalatskåla med ein gong etter kvar av fruktene er valt. Kor mange måtar kan trekkinga gjerast på dersom
   i. rekkefølga han trekker fruktene i ikkje er viktig?
   ii. rekkefølga han trekker fruktene i er viktig?

b) Andrine ønsker å ete alle ti fruktene i fruktkorga i løpet av ein dag. Ho vel seg ei frukt klokka 10 og deretter ei ny frukt kvar av dei 9 neste timane. På kor mange forskjellige måtar kan dei ti fruktene veljast?

c) Dersom Andrine hadde ei større fruktkorg med 10 av kvar av fruktene og framleis skulle velje seg 10 frukter i løpet av ein dag: På kor mange måtar kunne ho valt fruktene no?

Oppgåve 5 (12%)

I Stokastik-boka og i artikkelen til Shaughnessy (2007) blir det gitt fem generelle anbefalingar til korleis ein bør gjennomføre undervisning i sannsyn. Ei av anbefalingane er at ein skal lage koblingar mellom statistikk og sannsyn. Forklar korleis dette kan gjerast ved å beskrive eit konkret undervisningsopplegg basert på ein hensiktsmessig kontekst.

Oppgåve 6 (12%)

Ein middels stor skog inneheld 640 elgar, der 140 er merka. Ein ivrig elgjeger feller til saman åtte elgar i jakta. La Y vere talet på merka elgar i fangsten til jegeren.

a) Anta at Y er hypergeometrisk fordelt. Finn $P(Y = 3)$ og $P(Y \leq 3)$.

I ein annan, kjempestor skog er det 6400 elgar, der 1400 er merka. Alle jegerane i denne skogen feller til saman 800 elgar. La X vere talet på merka elgar blant dei felte.

b) Finn $P(X \leq 200)$ og $P(160 \leq X \leq 185)$.

Oppgåve 7 (12%)

Gjennomsnittleg høgde for alle norske vernepliktige menn er 180 cm. Unge menn frå Finnmark er tilsynelatande lågare. I 2011 var det 218 vernepliktige frå Finnmark, med gjennomsnittshøgde 177,5 cm (kjelde: SSB). Anta at kroppshøgda til ein tilfeldig ung mann frå Finnmark er normalfordelt med forventing μ og standardavvik $\sigma = 7$ cm. Anta òg at det er tilfeldig kven som utfører verneplikta. Er det grunnlag for å hevde at unge menn frå Finnmark er lågare enn gjennomsnittet i landet? Utfør hypotesetest med signifikansnivå 0,01.

Vedlegg 1
Formelark for sannsynsrekning og statistikk

Binomialkoeffisient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Addisjonssetninga

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Definisjon av betinga sannsyn

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Bayes' formel

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B)} = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B \mid A)P(A) + P(B \mid \overline{A})P(\overline{A})}$$

Standardavvik og gjennomsnittleg absoluttavvik

La $x_1, x_2, \ldots, x_n$ observasjonane i eit datasett, og $\bar{x}$ gjennomsnittet av dei. Nedanfor er det gitt tre formlar:

1. Empirisk standardavvik.
2. Teoretisk standardavvik.
3. Gjennomsnittleg absoluttavvik.

1. $\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ 2. $\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ 3. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}|$

Forventning, varians og standardavvik for ein stokastisk variabel X

$$\mu = \mathrm{E}(X) = \sum_{\text{alle } x_i} x_i \cdot P(X = x_i)$$

$$\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = E\left[(X - E[X])^2\right] = \sum_{\text{alle } x_i} (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

$$\sigma = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$$

Hypergeometrisk fordeling

$$P(X = k) = \frac{\binom{S}{k}\binom{N-S}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \qquad \mathrm{E}(X) = n \cdot p, \qquad \mathrm{Var}(X) = n \cdot p \cdot (1 - p) \cdot \frac{N - n}{N - 1}$$

der $p = S/N$.

Binomisk fordeling

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}, \qquad \mathrm{E}(X) = n \cdot p, \qquad \mathrm{Var}(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

Normalfordelingar

Dersom X er normalfordelt med forventning μ og varians σ^2, så er

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

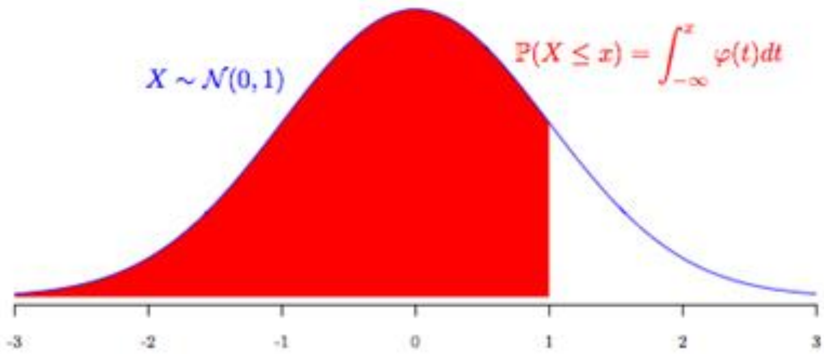
normalfordelt med forventning 0 og varians 1.

Sentralgrenseteoremet

Dersom $\bar{X}$ er gjennomsnittet av n uavhengige observasjonar henta frå ein normalfordelt populasjon med forventning μ og varians σ^2, då er Z normalfordelt med forventning 0 og varians 1 der

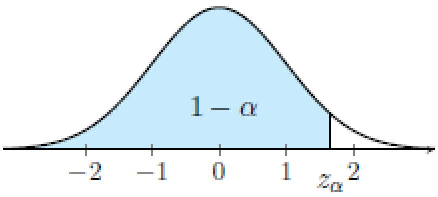
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}.$$

Vedlegg 2: Standard normalfordeling



	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Vedlegg 3
Signifikansnivå og z-verdiar



α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
2α	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
$1-2\alpha$	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99
z_α	1.28	1.645	1.96	2.33	2.58