NTNU
Kunnskap for ei betre verd

Institutt for lærarutdanning

Eksamensoppgåve i LGU52015
Matematikk 2 (5-10) emne 2

Fagleg kontakt under eksamen: Solomon A. Tesfamicael [a], Øyvind H. Lien [b]
Tlf.: 464 48 786 [a], 995 91 836 [b]

Eksamensdato: 10. desember 2019
Eksamenstid (frå-til): 09.00-15.00
Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: Bestemt, enkel kalkulator**.**

Annan informasjon: Ein skal svare på alle oppgåvene, og ein skal òg grunngi svara. Karakteren blir sett etter vurdering med prosentvurderingsmetoden og ei heilskapsvurdering av svaret på eksamensoppgåva.

Målform/språk: Nynorsk
Sidetal (utan framside): 3
Sidetal vedlegg: 4

Informasjon om trykking av eksamensoppgåva
Originalen er:
1-sidig □ **2-sidig** □
svart/kvit □ **fargar** □
Skjema for fleirval? □

Kontrollert av:

Dato Sign

Merk! Studentane finn sensur i Studentweb. Har du spørsmål om sensuren må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikkje kunne svare på slike spørsmål.

Oppgåve 1 (20%)

Du får gitt gjennomsnittet og variasjonsbreidda til eit sett med datapunkt. Gjennomsnittet er 7 og variasjonsbreidda er 13.

a) Kva kan du seie om datasettet på bakgrunn av desse tala?
b) Kva kan du i tillegg seie om datasettet dersom du i tillegg får gitt medianen?
c) Kva kan du framleis ikkje vite om datasettet dersom du i tillegg får gitt medianen?
d) Gi konkrete eksempel på minst tre ulike datasett (med dataverdiar) som illustrerer eigenskapar ved ulike sentral- og variasjonsmål. Forklar vala dine.

Oppgåve 2 (13%)

Gjer greie for dei ulike trinna i datadetektivens syklus. Vel ut fire sentrale omgrep frå statistikken og beskriv korleis elevane kan tileigne seg kunnskap om desse gjennom å arbeide med datadetektivens syklus. Skriv maksimalt éi side.

Oppgåve 3 (15%)

Ein vanleg kortstokk består av fire sorter med 13 kort i kvar sort. Kvar sort består av kort med verdi frå og med 2 til og med 10, knekt, dame, konge og ess. I tillegg er det to jokerar som ein kan velje til å vere valfri verdi og sort. Dei to jokerane er heilt like.
I kortspelet Rome blandast to slike kortstokkar saman, slik at bunken av kort som brukast totalt har 108 kort. Anta at kortstokken er godt stokka, og at du skal trekke eitt kort.

a) Forklar kva som meinast med utfall, utfallsrom og hending.
b) I Rome kan det vere lurt å samle på kort i éin av sortane. Jokerane kan vere ein valfri sort. Vi ser på hending *A*: «Ein trekker ein spar eller ein joker». Skriv opp utfalla som gir denne hendinga. Kor mange utfall er det i hending *A* og kva er sannsynet for hending *A*? Forklar.
c) I Rome kan det òg vere lurt å samle på små kort. Ei anna mogleg hending, *B*, er at ein trekker eit kort med verdi større eller lik 2 og mindre eller lik 7 (eller ein joker). Kva er sannsynet for hending *B*?
d) Systematiser opplysningane om hendingane *A* og *B* i ein krysstabell.
e) Finn $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ og $P(A|B)$. Forklar kva dei tre ulike sannsyna fortel.

Oppgåve 4 (16%)

Vi ser no på ein enkelt, vanleg kortstokk (som beskriven i oppgåve 3) utan jokerar.

a) Magne skal trekke seg fire kort. Han legg korta han har trekt i ein eigen bunke. Kor mange forskjellige bunkar kan Magne trekke dersom
   i. rekkefølga han trekker korta i ikkje er viktig?
   ii. rekkefølga han trekker korta i er viktig?
b) Andrine ønsker å legge alle korta i kortstokken i ei lang rekke. Kor mange ulike rekker kan ho lage?
c) Dersom Andrine har 10 kort frå ein kortstokk: Kor mange ulike kombinasjonar av sortar kan ho ha?

Oppgåve 5 (12%)

I Stokastik-boka og i artikkelen til Shaughnessy (2007) blir det gitt fem generelle anbefalingar til korleis ein bør gjennomføre undervisning i sannsyn. Ei av anbefalingane er at ein skal introdusere sannsyn gjennom data, og ein av måtane å gjere dette på er å jobbe med statistikk før ein jobbar med sannsyn. Forklar bakgrunnen for denne anbefalinga, og beskriv eit konkret undervisningsopplegg basert på ein hensiktsmessig kontekst som følger denne anbefalinga.

Oppgåve 6 (12%)

Ein liten skog inneheld 64 elgar, der 14 er merka. Ein ivrig elgjeger feller til saman ti elgar i jakta. La Y vere talet på merka elgar i fangsten til jegeren.

a) Anta at Y er binomisk fordelt. Finn $P(Y = 3)$ og $P(Y \leq 3)$.

I ein annan, kjempestor skog er det 6400 elgar, der 1400 er merka. Alle jegerane i denne skogen feller til saman 1000 elgar. La X vere talet på merka elgar blant dei felte.

b) Finn $P(X \leq 200)$ og $P(160 \leq X \leq 185)$.

Oppgåve 7 (12%)

Gjennomsnittleg høgde for alle norske vernepliktige menn er 180 cm. Unge menn frå eit fylke er tilsynelatande lågare. I eit år var det 218 vernepliktige frå dette fylket, med gjennomsnittshøgde 177,5 cm. Anta at kroppshøgda til ein tilfeldig ung mann frå dette fylket er normalfordelt med forventing μ og standardavvik $\sigma = 16$ cm. Anta òg at det er tilfeldig kven som utfører verneplikta. Er det grunnlag for å hevde at unge menn frå dette fylket er lågare enn gjennomsnittet i landet? Utfør hypotesetest med signifikansnivå 0,01.

Vedlegg 1
Formelark for sannsynsrekning og statistikk

Binomialkoeffisient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Addisjonssetninga

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Definisjon av betinga sannsyn

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Bayes' formel

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B)} = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B \mid A)P(A) + P(B \mid \overline{A})P(\overline{A})}$$

Standardavvik og gjennomsnittleg absoluttavvik

La $x_1, x_2, \ldots, x_n$ observasjonane i eit datasett, og $\bar{x}$ gjennomsnittet av dei. Nedanfor er det gitt tre formlar:

1. Empirisk standardavvik.
2. Teoretisk standardavvik.
3. Gjennomsnittleg absoluttavvik.

1. $\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ 2. $\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ 3. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}|$

Forventning, varians og standardavvik for ein stokastisk variabel X

$$\mu = \mathrm{E}(X) = \sum_{\text{alle } x_i} x_i \cdot P(X = x_i)$$

$$\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = E\left[(X - E[X])^2\right] = \sum_{\text{alle } x_i} (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

$$\sigma = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$$

Hypergeometrisk fordeling

$$P(X = k) = \frac{\binom{S}{k}\binom{N-S}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \qquad \mathrm{E}(X) = n \cdot p, \qquad \mathrm{Var}(X) = n \cdot p \cdot (1 - p) \cdot \frac{N - n}{N - 1}$$

der $p = {}^{S}/_{N}$.

Binomisk fordeling

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}, \qquad \mathrm{E}(X) = n \cdot p, \qquad \mathrm{Var}(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

Normalfordelingar

Dersom X er normalfordelt med forventning μ og varians σ^2, så er

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

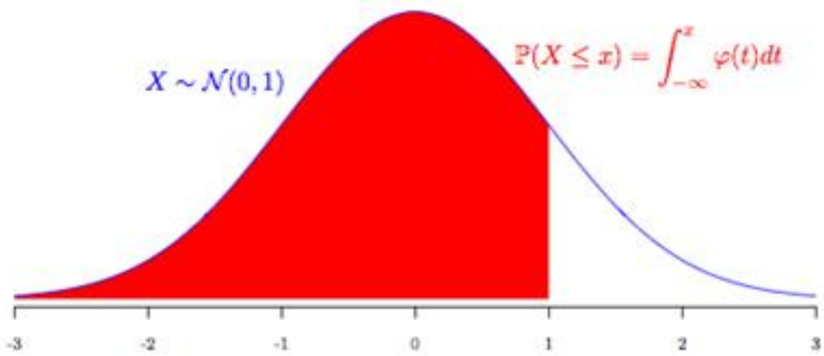
normalfordelt med forventning 0 og varians 1.

Sentralgrenseteoremet

Dersom $\bar{X}$ er gjennomsnittet av n uavhengige observasjonar henta frå ein normalfordelt populasjon med forventning μ og varians σ^2, då er Z normalfordelt med forventning 0 og varians 1 der

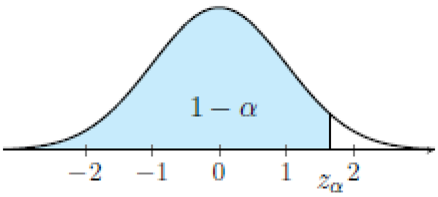
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}.$$

Vedlegg 2: Standard normalfordeling



	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Vedlegg 3
Signifikansnivå og z-verdiar



α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
2α	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
$1-2\alpha$	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99
z_α	1.28	1.645	1.96	2.33	2.58