NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Institutt for lærerutdanning

Eksamensoppgave i LGU52015 Matematikk 2 (5-10) emne 2

Faglig kontakt under eksamen: Solomon A. Tesfamicael [a], Øyvind H. Lien [b]

Tlf.: 464 48 786 [a], 995 91 836 [b]

Eksamensdato: 10. desember 2019

Eksamenstid (fra-til): 09.00-15.00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Bestemt, enkel kalkulator tillatt**.**

Annen informasjon: Alle oppgavene skal besvares og svarene begrunnes. Karakteren blir satt etter vurdering med prosentvurderingsmetoden og en helhetsvurdering av besvarelsen.

Målform/språk: Bokmål

Antall sider (uten forside): 3

Antall sider vedlegg: 4

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig □ **2-sidig** □

sort/hvit □ **farger** □

skal ha flervalgskjema □

Kontrollert av:

Dato Sign

Oppgave 1 (20%)

Du får oppgitt gjennomsnittet og variasjonsbredden til et sett med datapunkter. Gjennomsnittet er 7 og variasjonsbredden er 13.

a) Hva kan du si om datasettet på bakgrunn av disse tallene?
b) Hva kan du i tillegg si om datasettet hvis du også får oppgitt medianen?
c) Hva kan du fortsatt ikke vite om datasettet hvis du også får oppgitt medianen?
d) Gi konkrete eksempler på minst tre ulike datasett (med dataverdier) som illustrerer egenskaper ved ulike sentral- og variasjonsmål. Forklar valgene dine.

Oppgave 2 (13%)

Gjør rede for de ulike trinnene i datadetektivens syklus. Velg ut fire sentrale begreper fra statistikken og beskriv hvordan elevene kan tilegne seg kunnskap om disse gjennom å arbeide med datadetektivens syklus. Skriv maksimalt én side.

Oppgave 3 (15%)

En vanlig kortstokk består av fire sorter med 13 kort i hver sort. Hver sort består av kort med verdi fra og med 2 til og med 10, knekt, dame, konge og ess. I tillegg er det to jokere som en kan velge til å være hvilken som helst verdi og sort. De to jokerne er helt like.
I kortspillet Rome blandes to slike kortstokker sammen, slik at bunken av kort som brukes totalt har 108 kort. Anta at kortstokken er godt stokket, og at du skal trekke ett kort.

a) Forklar hva som menes med utfall, utfallsrom og hendelse.
b) I Rome kan det være lurt å samle på kort i én av sortene. Jokere kan være en valgfri sort. Vi ser på hendelsen *A*: «En trekker en spar eller en joker». Skriv opp utfallene som gir denne hendelsen. Hvor mange utfall er det i hendelse *A* og hva er sannsynligheten for hendelse *A*? Forklar.
c) I Rome kan det også være lurt å samle på små kort. En annen mulig hendelse, *B*, er at en trekker et kort med verdi større eller lik 2 og mindre eller lik 7 (eller en joker). Hva er sannsynligheten for hendelse *B*?
d) Systematiser opplysningene om hendelsene *A* og *B* i en krysstabell.
e) Finn $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ og $P(A|B)$. Forklar hva de tre ulike sannsynlighetene sier noe om.

Oppgave 4 (16%)

Vi ser nå på en enkelt, vanlig kortstokk (som beskrevet i oppgave 3) uten jokere.

a) Magne skal trekke seg fire kort. Han legger kortene han har trukket i en egen bunke. Hvor mange forskjellige bunker kan Magne trekke dersom
   i. rekkefølgen han trekker kortene i ikke betyr noe?
   ii. rekkefølgen han trekker kortene i betyr noe?
b) Andrine ønsker å legge alle kortene i kortstokken i ei lang rekke. Hvor mange ulike rekker kan hun lage?
c) Dersom Andrine har 10 kort fra en kortstokk: Hvor mange ulike kombinasjoner av sorter kan hun ha?

Oppgave 5 (12%)

I Stokastik-boka og i artikkelen til Shaughnessy (2007) blir det gitt fem generelle anbefalinger til hvordan en bør gjennomføre undervisning i sannsynlighet. En av anbefalingene er at en skal introdusere sannsynlighet gjennom data, og en av måtene å gjøre dette på er å jobbe med statistikk før en jobber med sannsynlighet. Forklar bakgrunnen for denne anbefalingen, og beskriv et konkret undervisningsopplegg basert på en hensiktsmessig kontekst som følger denne anbefalingen.

Oppgave 6 (12%)

En liten skog inneholder 64 elger, hvorav 14 som er merket. En ivrig elgjeger feller til sammen ti elger i jakta. La Y være antall merkede elger i jegerens fangst.

a) Anta at Y er binomisk fordelt. Finn $P(Y=3)$ og $P(Y \leq 3)$.

I en annen, kjempestor skog er det 6400 elger, hvorav 1400 er merket. Alle jegerne i denne skogen feller til sammen 1000 elger. La X være antall merkede elger blant de felte.

b) Finn $P(X \leq 200)$ og $P(160 \leq X \leq 185)$.

Oppgave 7 (12%)

Gjennomsnittlig høyde for alle norske vernepliktige menn er 180 cm. Unge menn fra et fylke er tilsynelatende lavere. Et år var det 218 vernepliktige fra dette fylket, med gjennomsnittshøyde 177,5 cm. Anta at kroppshøyden til en tilfeldig ung mann fra dette fylket er normalfordelt med forventning μ og standardavvik $\sigma = 16$ cm. Anta også at det er tilfeldig hvem som utfører verneplikten. Er det grunnlag for å hevde at unge menn fra dette fylket er lavere enn landsgjennomsnittet? Utfør hypotesetest med signifikansnivå 0,01.

Vedlegg 1
Formelark for sannsynlighetsregning og statistikk

Binomialkoeffisient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Addisjonssetningen

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Definisjon av betinget sannsynlighet

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Bayes' formel

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B)} = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B \mid A)P(A) + P(B \mid \overline{A})P(\overline{A})}$$

Standardavvik og gjennomsnittlig absoluttavvik

La $x_1, x_2, \ldots, x_n$ være observasjonene i et datasett, og $\bar{x}$ gjennomsnittet av dem. Nedenfor er det gitt tre formler:

1. Empirisk standardavvik.
2. Teoretisk standardavvik.
3. Gjennomsnittlig absoluttavvik.

1. $\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ 2. $\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ 3. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}|$

Forventning, varians og standardavvik for en stokastisk variabel X

$$\mu = \mathrm{E}(X) = \sum_{\text{alle } x_i} x_i \cdot P(X = x_i)$$

$$\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = E\left[(X - E[X])^2\right] = \sum_{\text{alle } x_i} (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

$$\sigma = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$$

Hypergeometrisk fordeling

$$P(X = k) = \frac{\binom{S}{k}\binom{N-S}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \qquad \mathrm{E}(X) = n \cdot p, \qquad \mathrm{Var}(X) = n \cdot p \cdot (1 - p) \cdot \frac{N - n}{N - 1}$$

der $p = S/N$.

Binomisk fordeling

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}, \qquad \mathrm{E}(X) = n \cdot p, \qquad \mathrm{Var}(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

Normalfordelinger

Dersom X er normalfordelt med forventning μ og varians σ^2, så er

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

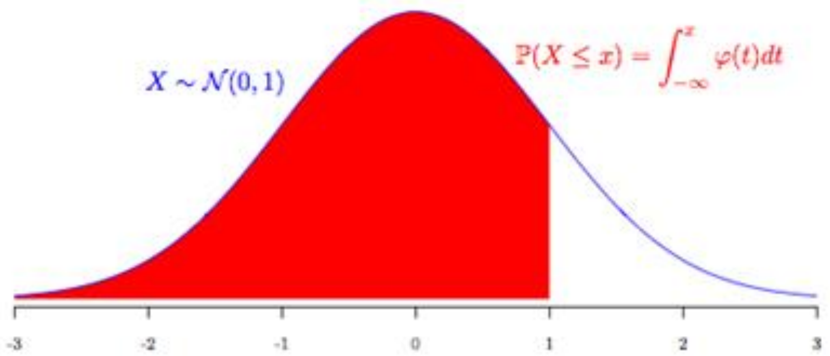
normalfordelt med forventning 0 og varians 1.

Sentralgrenseteoremet

Dersom $\bar{X}$ er gjennomsnittet av n uavhengige observasjoner hentet fra en normalfordelt populasjon med forventning μ og varians σ^2, da er Z normalfordelt med forventning 0 og varians 1 der

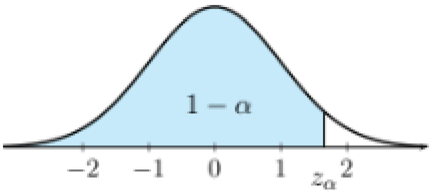
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}.$$

Vedlegg 2: Standard normalfordeling



	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Vedlegg 3
Signifikansnivåer og z-verdier



α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
2α	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
$1-2\alpha$	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99
z_α	1.28	1.645	1.96	2.33	2.58