NTNU

Sensurveiledning

Emnekode: LGU11100		**Emnenavn: Matematikk 1 (1-7) emne 1A**
Semester: Vår	**År: 2017**	**Eksamenstype: Skriftlig**

Oppgaveteksten: Se eksamensoppgave
Relevant pensumlitteratur: Kazemi, E. & Hintz, A. (2014): *Intentional Talk: How to Structure and Lead Productive Mathematical Discussions*. Stenhouse Publishers. Skott, J., Jess, K., & Hansen, H. C. (2008). *Matematik for lærerstuderende: Delta: fagdidaktik.* Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur. Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (8th ed.). Essex: Pearson Education Limited. Flere artikler er også lagt ut til studentene.
Eksamenskrav: Innhold - Hva bør være med i besvarelsen? Se vedlegg Form/struktur/språklig fremstiling og logisk sammenheng Ikke fagtekst

Oppgavens karakter – Tolking av oppgaveteksten - Se vedlegg

Dato/sted *Faglærer/oppgavegiver/-et*

Ved eksamen benyttes følgende karakterskala:

Symbol	*Betegnelse*	*Generell, kvalitativ beskrivelse av vurderingskriterier*
A	Fremragende	Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet.
B	Meget god	Meget god prestasjon. Kandidaten viser meget god vurderingsevne og selvstendighet.
C	God	Jevnt god prestasjon som er tilfredsstillende på de fleste områder. Kandidaten viser god vurderingsevne og selvstendighet på de viktigste områdene.
D	Nokså god	En akseptabel prestasjon med noen vesentlige mangler. Kandidaten viser en viss grad av vurderingsevne og selvstendighet.
E	Tilstrekkelig	Prestasjon som tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Kandidaten viser liten vurderingsevne og selvstendighet.
F	Ikke bestått	Prestasjon som ikke tilfredsstiller de faglige minimumskravene. Kandidaten viser både manglende vurderingsevne og manglende selvstendighet.

Vedlegg: Kommentarer til hver oppgave

Oppgave 1

a) Lag en kontekst til regnestykket 22 · 19 og bruk konteksten til å finne svaret på regnestykket.
Her kan man for eksempel ta utgangspunkt i 22 poser med 19 drops i hver, eventuelt at 22 elever skal betale 19 kroner hver, og at man er interessert i hvor mye man da har til sammen.

Vi tar her utgangpunkt i 22 poser med 19 drops i hver. Da kan det være aktuelt å tegne en illustrasjon. Her er det aktuelt å bruke den distributive egenskapen ved multiplikasjon for å løse oppgaven, som man kan argumentere for ved å bruke posemodellen.

En mulig strategi kan være å legge et ekstra drops i hver av posene, slik at de nå inneholder 20 drops. Vi har da 22 drops mer enn vi skulle hatt. Videre kan vi slå sammen ti og ti poser slik at vi da har to store poser med 200 drops i hver, i tillegg til 2 med 20 i hver. Vi har da totalt 440 drops. Til slutt må vi ta bort de 22 dropsene vi la til, slik at vi står igjen med 418 drops

b) En elev har løst 5 · 24 ved å regne ut 10 · 12 og sier at det blir det samme. Når du spør eleven om hvorfor dette er det samme, svarer han «Fordi jeg har ganga den ene med to og delt den andre på to.»
Drøft elevens argumentasjon.
Hvordan vil du hjelpe eleven med å nå et holdbart argument for at strategien han har brukt er gyldig?

Eleven har brukt dobling og halvering som strategi, men på spørsmålet om hvorfor regnestykkene har samme svar, gir eleven kun en beskrivelse av hva han har gjort, ikke et argument for at det er lov å gjøre det. Dette bør adresseres, men trenger ikke et omfattende svar.

I arbeidet med eleven må man ta utgangspunkt i en modell for multiplikasjon. Man kan både bruke posemodellen (like grupper) og arealmodellen. Hvis man bruker posemodellen så kan man se på situasjonen som 5 poser med 24 i hver. For å argumentere for dobling og halvering kan man si at man deler de 5 posene i to, slik at man da får 10 poser. Da vil de ikke være 24 i hver lenger, men 12. Det totale antallet vil likevel være det samme.

c) Gi et argument for at alle tall i 9-gangen er i 3-gangen. Argumentasjonen skal være slik at den gir mening for en 4.trinnselev.

Argumentasjonen skal være meningsfull for en 4.trinnselev, noe som utelukker en ren, algebraisk argumentasjon som en god løsning. Løsningen må derfor ta utgangspunkt i en modell for multiplikasjon, enten like grupper eller areal.

Eksempelvis kan argumentasjonen se ut som følger.
Et tall i 9-gangen kan vi illustrere enten som 9 poser med et visst antall kuler i hver, eller som et visst antall poser med 9 kuler i hver. Vi velger her å se på et tall i 9-gangen som et tall som kan illustreres som 9 poser med et visst antall kuler i hver.
På samme måte kan man se på et tall i 3-gangen som et tall som kan illustreres som 3 poser med et visst antall kuler i hver.

Hvis man da tenker at man har et tall i 9-gangen, altså at man har 9 poser, så slår man sammen tre og tre poser, så har man da tre poser med et nytt antall i hver (som da vil være tre ganger så mange som det man hadde i utgangspunktet, men det er ikke vesentlig her). Det vil si at antallet (tallet) man i utgangspunktet hadde, nå er organisert i tre poser og vi kan dermed si at det er i 3-gangen.

Oppgave 2

a) Lag to regnefortellinger til divisjonsstykket 756:7, der den ene regnefortellingen er en delingsdivisjon, og den andre er en målingsdivisjon. Bruk deretter en av regnefortellingene til å resonnere deg frem til en løsning på divisjonsstykket.

I regnefortellingen med delingsdivisjon må det komme tydelig frem at antall grupper er kjent, mens størrelsen på hver gruppe er det vi vil finne ut. For eksempel kan vi se på sju venner som har samlet inn penger på kakesalg og skal dele pengene likt mellom seg.

I regnefortellingen med målingsdivisjon er det motsatt, størrelsen på gruppene er kjent og vi vil finne antallet. Her kan vi tenke for eksempel at en forening har 756 kroner de skal bruke på å kjøpe inn drops som koster 7 kroner hver. Hvor mange drops får de kjøpt?

Uavhengig av hvilken av regnefortellingene man velger til å løse stykket, skal den brukes aktivt så hele resonnementer er i konteksten. Man kan for eksempel ikke bruke standardalgoritmen uten å knytte det til regnefortellingen.

b) Løs 312:12 ved hjelp av to ulike strategier. Alle steg i resonnementene må begrunnes tydelig.

En god besvarelse på oppgaven viser to varierte og godt begrunnede strategier. Eksempel kan være å bruke en regnefortelling der vi har for eksempel 312 kroner som skal deles på 12 personer. De har tre 100-lapper og 12 en-kroner. De vet at en 100 gir 25 kroner hver til fire, og de har jo to til, så 100-lappene gir 25 kroner til hver etter litt veksling. Så kan de ta én hver av de 12 en-kronene og ender opp med 26 kroner hver.

Andre aktuelle strategier kan være å bruke for eksempel halvering eller den assosiative egenskapen til divisjon ($312:12 = 312:(2\cdot 6) = 312:2:6$), eller å bruke standardalgoritmen, men merk at alle resonnementer skal begrunnes. Ved bruk av standardalgoritmen vil det bety at hvorfor algoritmen virker må begrunnes.

c) En elev jobber med divisjonsstykket 130 : 5 og kommer med følgende utsagn:
«Hvis jeg deler 130 på 5 får jeg 26. Men hvis jeg først tar 100:5 som er 20 og legger det sammen med 30:5 som er 6, får jeg også 26. Er det alltid sånn?»
Gi et representasjonsbevis for at strategien eleven er i ferd med å oppdage alltid er gyldig.

Her vil vi vise at divisjon er distributiv. Sagt annerledes: vi vil vise at hvis vi har et divisjonsstykke kan vi finne svaret ved å dele opp dividenden i to deler, dele hver del på den opprinnelige divisoren, så addere svarene på de to mindre divisjonsstykkene. Med symboler blir det $(a+b):c = a:c + b:c$.

Dette kan gjøres på forskjellige måter, men et eksempel kan være å tenke på dette som en delingsdivisjonssituasjon og lage en kontekst/regnefortelling. For eksempel: fem venner har fått 130 kroner de skal dele seg imellom. De har 100 kroner i 10-kroner og 30 kroner i en-kroner. De deler først 10-kronene mellom seg og får to hver, altså 20 kroner. Så deler de kronestykkene mellom seg og får 6 kroner hver. Da har hver av vennene fått 26 kroner hver, så $100:5+30:5=26$. Dette må være det samme som 130:5 siden vi vet at det var 130 kroner til sammen. Dette vil gjelde uansett hvor mye penger vi starter med eller hvor mange som skal dele pengene.

For at det skal være et gyldig representasjonsbevis må tre krav være oppfylt:

- Betydningen av den involverte operasjonen er representert tydelig
- Strategien det argumenteres for kommer tydelig fram
- Representasjonen kan generaliseres

Punktene trenger ikke bli listet opp, men de må være tilfredsstilte for å få full uttelling.

Oppgave 3

a) Hvilken brøk er størst av:

i. $\frac{5}{6}$ og $\frac{5}{7}$

ii. $\frac{5}{6}$ og $\frac{7}{8}$

Du skal argumentere for løsningene dine uten å bruke fellesnevner, uten å gjøre om til desimaltall og uten å basere argumentasjonen på en tegning alene.

i. Brøkene har lik teller, dvs at hvis man legger en del-hel tolkning til grunn, så representerer de to brøkene like mange deler av helheten. Men ettersom delene er større hvis helheten er delt i 6 enn når den er delt i 7, så er $\frac{5}{6}$ den største brøken.

ii. Sammenlikner med 1. Begge brøkene mangler en del på 1. Ettersom seksdeler er større enn åttedeler, mangler $\frac{5}{6}$ mer enn $\frac{7}{8}$ på 1, og $\frac{7}{8}$ er derfor den største av de to brøkene.

Begge sammenlikningene baserer seg på den store ideen at jo større nevneren er, jo mindre er brøkdelen, og dette bør på ett eller annet vis være en del av oppgavesvaret, om ikke nødvendigvis i begge sammenlikningene.

b) Lag en kontekst/regnefortelling til hvert av regnestykkene under, og resonner deg frem til svaret ved hjelp av disse kontekstene:

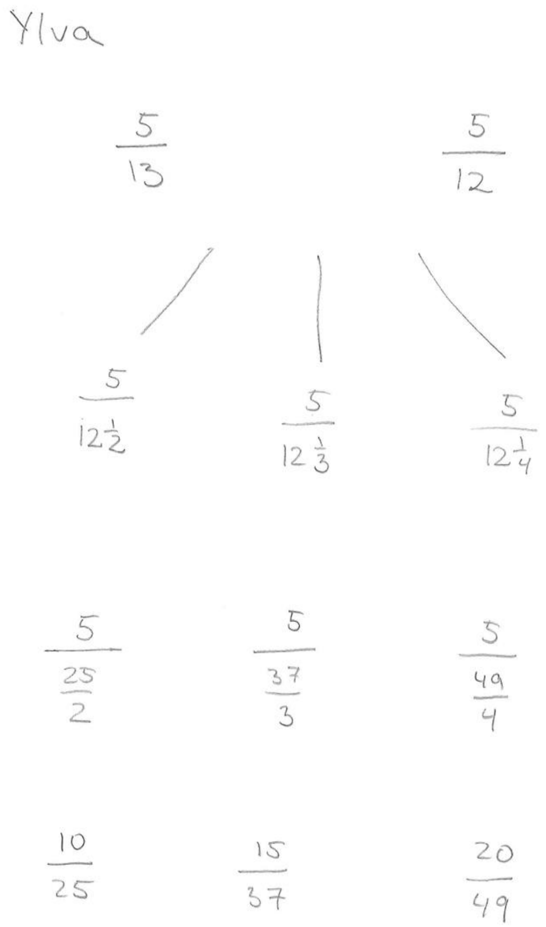
i. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$

ii. $\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$

Viktig i begge oppgavene er at kontekstene må kunne brukes til å gi mening til regnestykket, og brukes som en ramme for å resonnere seg frem til svaret. Eksempelvis kan man i i. bruke en lengdemodell å si at regnestykket representerer den samlede lengden av to taubiter med lengder på hhv $\frac{2}{3}$ meter og $\frac{4}{5}$ meter, men andre modeller for brøk kan like gjerne brukes. I ii. er det kanskje nærliggende å bruke en tolkning av brøk som operator, og at regnestykket eksempelvis betyr at man skal finne $\frac{2}{3}$ av $1\frac{1}{2}$ liter brus, men også her kan andre modeller brukes.

c) Se på ditt arbeid i b), og drøft hvordan regnefortellinger kan bidra til styrking av ferdigheter og forståelse innen brøk.
Naturlig å komme inn på i hvert fall noe av det etterfølgende:
Behovet for å skape mening, representere de matematiske objektene og begrepene på en måte som åpner for resonnement, argumentasjon og utvikling av strategier basert på tallforståelse, slik at arbeidet med brøk ikke blir en isolert del av matematikken, men en naturlig utvidelse av den tallforståelsen man allerede har.

d) Nedenfor ser du et utdrag av Ylvas arbeid med å finne brøker mellom to gitte brøker.
Analyser Ylvas strategi og løsning på problemet.
Bruk hennes metode til å finne tre brøker mellom $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{5}$.



Ylva tar utgangspunkt i at brøkene har felles teller, og bruker da dette til å finne brøker mellom de to gitte brøkene ved å velge nevnere som ligger mellom nevnerne i de to gitte brøkene. Hun starter da med å ta $12\frac{1}{2}$ som kanskje er mest naturlig, og tar så bare mindre brøkdeler over 12. Derfra og til siste linje er det bare snakk om teknisk omgjøring fra blanda tall i nevner, via brudden brøk til ekte brøk.

Helt tilsvarende for å finne brøker mellom $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{5}$ vil være å starte med $\frac{1}{4\frac{1}{2}}$, $\frac{1}{4\frac{1}{3}}$ og $\frac{1}{4\frac{1}{4}}$ som etter utregning vil gi henholdsvis $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{13}$ og $\frac{4}{17}$. Men det er også greit om man tar 4 og "en annen brøkdel" enn de Ylva bruker