



NTNU

Sensurveiledning

Emnekode: LGU11100		Emnenavn: Matematikk 1 (1-7) emne 1A
Semester: Høst	År: 2016	Eksamenstype: Skriftlig (utsatt)

Oppgaveteksten: Se eksamensoppgave

Relevant pensumlitteratur:

Kazemi, E. & Hintz, A. (2014): *Intentional Talk: How to Structure and Lead Productive Mathematical Discussions*. Stenhouse Publishers.

Skott, J., Jess, K., & Hansen, H. C. (2008). *Matematik for lærerstuderende: Delta: fagdidaktik*. Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (8th ed.). Essex: Pearson Education Limited.

Flere artikler er også lagt ut til studentene.

Eksamenskrav:

Innhold

- Hva bør være med i besvarelsen?

Se vedlegg

Form/struktur/språklig fremstilling og logisk sammenheng

Ikke fagtekst

Oppgavens karakter – Tolking av oppgaveteksten

-

Se vedlegg

Dato/sted

Faglærer/oppgavegiver/-et

Ved eksamen benyttes følgende karakterskala:

<i>Symbol</i>	<i>Betegnelse</i>	<i>Generell, kvalitativ beskrivelse av vurderingskriterier</i>
A	Fremragende	Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet.
B	Meget god	Meget god prestasjon. Kandidaten viser meget god vurderingsevne og selvstendighet.
C	God	Jevnt god prestasjon som er tilfredsstillende på de fleste områder. Kandidaten viser god vurderingsevne og selvstendighet på de viktigste områdene.
D	Nokså god	En akseptabel prestasjon med noen vesentlige mangler. Kandidaten viser en viss grad av vurderingsevne og selvstendighet.
E	Tilstrekkelig	Prestasjon som tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Kandidaten viser liten vurderingsevne og selvstendighet.
F	Ikke bestått	Prestasjon som ikke tilfredsstiller de faglige minimumskravene. Kandidaten viser både manglende vurderingsevne og manglende selvstendighet.

Oppgave 1

- a) Lag en kontekst til $12 \cdot 38$, og bruk konteksten til å finne svaret.
Man kan typisk foreslå en kontekst som legger opp til en like grupper-modell eller en arealmodell, og så bruke denne til å resonnerer seg fram til svaret. «12 poser med 38 klinkekuler i hver, det er 10 poser og 2 poser osv.» Merk at oppgaven eksplisitt ber om en kontekst, ikke bare en modell.
- b) Oliver har regnet ut $12 \cdot 38$ ved å flytte over to fra det ene tallet til det andre, og regnet ut $10 \cdot 40 = 400$. Han sier at svaret på $12 \cdot 38$ er det samme, altså 400.
Hvordan vil du hjelpe Oliver med å innse at dette ikke blir det samme, og å finne det riktige svaret på $12 \cdot 38$ ut fra at han vet hva $10 \cdot 40$ er?
Her bør man kunne forklare **hvorfor** Oliverts strategi er feil, ikke bare påpeke **at** den er det (som man gjerne gjør når man kun sammenlikner Oliverts svar med det korrekte svaret). Bruk en modell, vis at når man gjør det Oliver gjør endrer svaret seg. Med en slik framgangsmåte vil man også få en løsning på det andre spørsmålet i oppgaven.
- c) I arbeidet med Oliver i oppgaven over, kunne man selvsagt tenkt seg et alternativ der man bare viste Oliver hvordan han kan multiplisere sammen tallene ved bruk av en algoritme. En slik tilnærming der man bare blir bedt om å gjennomføre prosedyrer uten noe resonnering, kalles et opplegg på lavt kognitivt nivå.

Beskriv kort noen opplegg til elevaktivitet innen multiplikasjon som stiller høye kognitive krav til elevene. Begrunn hvorfor du mener aktivitetene er på et høyt kognitivt nivå. Spesifiser klassesertrinns hvis du mener det er nødvendig.

Her legges det vekt på at man kan begrunne hvorfor aktiviteten er på høyt kognitivt nivå. Eksempler på aktiviteter kan være oppgaver som legger opp til at elevene skal oppdage en bestemt sammenheng/strategi, og argumentere for denne.

Oppgave 2

- a) Gi et estimat for hva svaret på $743:14$ blir, og forklar hvordan du kom frem til estimatet ditt.
Et estimat må være enklere å regne ut enn det opprinnelige stykket. For eksempel kan man foreslå $740:10$ eller $750:15$. Man bør kommentere om estimatet er for stort eller for lite (NB – dette kan være vanskelig å avgjøre i en del tilfeller).
- b) Lag en målingsdivisjonkontekst og en delingsdivisjonkontekst til $743:14$. Bruk en av kontekstene til å finne svaret. Alle steg i utregningen skal begrunnes ved å bruke konteksten.
Det viktige er at man bruker konteksten aktivt, og at man behandler resten ved divisjonen som samsvarer til konteksten.
- c) En elev arbeider med divisjonsstykket $168:6$. Eleven har gjort følgende oppdagelse:

«Om jeg regner ut $168:6$ så får jeg 28, men så oppdaga jeg at jeg først kan regne ut $168:2$ som er 84, og så kan jeg regne ut $84:3$, og da ble det også 28!»

Formuler strategien som eleven er i ferd med å oppdage. Gi et representasjonsbevis for at den alltid er gyldig.

Strategien er, ved symboler, $a:(b \cdot c) = (a:b):c$. Altså hvis divisor er et sammensatt tall med to faktorer, kan man først dele dividenden på den ene faktoren, og deretter dele svaret man får med den andre. Da får man samme svar som det opprinnelige stykket. Dette kan generaliseres til flere enn to faktorer, men det er ikke nødvendig å trekke inn her. Et representasjonsbevis vil typisk basere seg på en kontekst, både delings- og målingsdivisjonkontekster kan føre fram. Kravene til representasjonsbevis må være oppfylt.

Oppgave 3

- a) Tilfeldigvis finner du to brøkoppgaver som hver inneholder de samme to brøkene. De to oppgavene er
- Rune har nettopp feiret bursdag, og det ble igjen en halv sjokoladekake etter festen. Dagen etter kommer tante og onkel på forsinket bursdagsbesøk. Da forsvinner $\frac{2}{5}$ av kake- resten. Hvor mye kake sitter Rune igjen med etter at de har dratt?
 - Hilde tjener noen kroner på å klippe plena til besteforeldrene sine. Første dag klipper hun halve plena, men må utsette resten til dagen etter siden det begynner å regne. Neste dag er gresset vått, og det er tyngre å klippe. Derfor klipper hun bare $\frac{2}{5}$ av plena denne dagen, og håper ingen oppdager at hun ikke ble ferdig. Hvor mye av plena er fortsatt lang og uklipt?

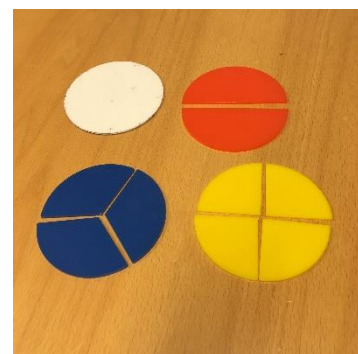
Bruk kontekstene i oppgavene til å resonnerer deg fram til svarene. Du tenker at du kan bruke disse oppgavene i din egen undervisning. I arbeidet med hvilke(n) regneoperasjon(er) mener du oppgavene kan passe inn?

Ved hjelp av tegninger kan man enkelt finne ut at svaret på oppgave i) er $\frac{3}{10}$ og svaret på oppgave ii) er $\frac{1}{10}$. Den første oppgaven svarer til regnestykket $\frac{1}{2} - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}$, mens den andre svarer til $1 - (\frac{1}{2} + \frac{2}{5})$. Den sentrale forskjellen her ligger i hva vi gjør med de to brøkene gitt i oppgaveteksten: Skal vi legge dem sammen eller multiplisere dem? Dette bør kommenteres.

- b) En *stambrøk* er en brøk som har 1 i telleren, som for eksempel $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{7}$. Vi har følgende hypotese: *Vi finner svaret på et divisjonsstykke der vi dividerer et heltall på en stambrøk ved å multiplisere heltallet med nevneren i stambrøken. For eksempel er $5 : \frac{1}{3} = 5 \cdot 3$.* Gi et argument for hypotesen. Argumentet ditt skal passe for en sjuendeklasse som ikke kjenner standardalgoritmen for divisjon av brøk fra før. Dette kan typisk gjøres med en målingsdivisjonskontekst. Det er viktig at argumentet generaliseres, altså at man argumenterer for at dette gjelder for alle eksempler og ikke bare det man velger å bruke i argumentet.

- c) Eline er lærerstudent, og har praksis på 4. trinn. Praksisklassen har startet arbeidet med brøk mens de har hatt studenter. Nå er det Elines tur til å ha sin første matematikktime. Dagen i forveien brukte elevene konkretiseringsmateriale i form av brøkbrikker (se Figur 1), som de brukte til å lage enkle brøker.

Eline har tenkt å bruke dette materialet i dag også, men hun har en plan om å gå litt videre i pensum. Dialogen under viser et utdrag fra samtalen hun har med klassen i starten av timen sin. Etter dialogen står oppgavene du skal gjøre.



Figur 1-Brøkbrikker av typen klassen har brukt. Dette er ikke alle brøkbrikkene som inngikk i opplegget, men ment som en illustrasjon av type konkretiseringsmateriale.

Oppgaver du skal besvare:

- i) Hva kan det matematiske målet til Eline være i denne økta? Vær så presis som mulig. Er samtalen produktiv? Drøft hvorfor/hvorfor ikke. Drøftingen må forankres i aktuelt pensum om produktive matematiske samtaler.

Det virker sannsynlig at målet til Eline er å arbeide med ekvivalente brøker, i alle fall virker det som om hun vil fram til at $\frac{6}{8}$ er det samme som $\frac{3}{4}$. Kanskje er målet følgende sammenheng: Gitt en brøk (under 1?). Når vi halverer både teller og nevner, får vi en ekvivalent brøk. Merk at «forståelse for enheten» eller «forståelse for at delene må være like store» ikke ser ut til å være på Elines agenda, at det kommer opp er mer tilfeldig (fra Elines perspektiv).

I samtalen kommer Eline aldri så langt. Noen andre viktige momenter med brøk blir tatt opp underveis, men det var neppe Elines intensjon, og hun velger heller ikke å spille videre på disse momentene – hun forsøker å styre klassen i den retningen hun har sett for seg på forhånd. Det kan jo hende samtalen etter hvert kommer dit hun vil, og at det kan bli en produktiv samtale, men utdraget vi har er ikke det. Det er ikke først og fremst fraværet av talk moves som gjør samtalen uproduktiv. Man kan spore tegn til trakkommunikasjon mot slutten. Det er kanskje heller ikke heldig at samtalen får preg av «gjett hva jeg tenker på».

ii) Hva kan du si om elevenes forståelse for brøk, ut fra dialogutdraget over? Ta utgangspunkt i to av elevutsagnene.

Her er det naturlig å fokusere på to ting: I en del-hel-tolkning av brøk må delene være like store; og et fokus på enheten – hva er en hel? Merk at det Sarah og Kim gjør i linje 29-38 er ikke feil, problemet er bare at Eline *ønsker* at de skal bruke en annen enhet (noe arbeid med brøkbrikkene nok også legger opp til). Man kan også snakke om en mulig overeksponering for del-hel-tolkning. I starten virker ikke elevene å ha noen annen måte å se for seg $\frac{6}{8}$ på enn å dele noe i 8 deler og deretter markere 6 av dem. Det bør refereres til linjenummer og konkrete elevutsagn for å understøtte tolkningene man gjør.